

УДК 521.13+523.44

## ТОЧНОСТЬ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ВОЗРАСТА ПАР ТРАНСНЕПТУНОВЫХ ОБЪЕКТОВ НА БЛИЗКИХ ОРБИТАХ

© 2025 г. В. Д. Гусев<sup>a,\*</sup>, Э. Д. Кузнецов<sup>a, \*\*</sup>

<sup>a</sup> Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия  
e-mail: \*vlad06gusev@gmail.com; \*\*eduard.kuznetsov@urfu.ru

Поступила в редакцию 25.03.2024 г.

После доработки 09.05.2024 г.

Принята к публикации 26.08.2024 г.

Исследованы методы оценки возраста пар транснептуновых объектов: анализ схождений линий узлов и линий апсид, анализ минимумов метрики Холшевникова. Было выполнено моделирование вероятностной эволюции модельных пар транснептуновых объектов возрастом 1 млн лет и 10 млн лет. Получены ошибки определения возраста пар при различной точности определения орбит. Около 10% транснептуновых объектов имеют достаточную точность орбит для оценки возраста пар на интервалах 2 и 15 млн лет. Ошибка определения возраста может достигать 0.7 млн лет на интервале 2 млн лет и 4.5 млн лет на интервале 15 млн лет. Для примерно 50% транснептуновых объектов, орбиты которых определены с типичной точностью, при возрасте пар 10 млн лет ошибка оценки возраста может быть сравнимой с определяемой величиной. Применение методов к оставшейся доле транснептуновых объектов, орбиты которых определены с низкой точностью, может дать ненадежные результаты, а ошибка превышать определяемую величину.

**Ключевые слова:** пары транснептуновых объектов, возраст, метрики Холшевникова, численное моделирование, вероятностная эволюция

DOI: 10.31857/S0320930X25010065, EDN: LPTAVI

### ВВЕДЕНИЕ

В Главном поясе астероидов существует большое количество пар астероидов с близкими орбитами, имеющих общее происхождение (Vokrouhlický, Nesvorný, 2008). Образование пар или групп малых тел на близких орбитах может происходить в результате действия различных процессов: разрушение в результате столкновений, дробление вследствие высокой скорости осевого вращения, распад двойных систем и др. (см., например, Benz, Asphaug, 1999; Boehnhardt, 2004; Jacobson, Scheeres, 2011). Вековые резонансы и резонансы средних движений также могут приводить к движению объектов по сходным орбитам (см., например, de la Fuente Marcos C., de la Fuente Marcos R., 2016). В работе (Chiang, 2002) было впервые высказано предположение о возможном существовании столкновительных семейств малых тел за орбитой Нептуна. Первое

семейство, идентифицированное во внешней части Солнечной системы, было связано с карликовой планетой (136108) Haumea (Brown и др., 2007). В работе (de la Fuente Marcos C., de la Fuente Marcos R., 2018) выполнен систематический поиск статистически значимых пар и групп динамически коррелированных объектов с большими полуосями орбит более 25 а. е. Были выделены две пары транснептуновых объектов (ТНО) и шесть кандидатов в пары.

Рост числа известных ТНО (по состоянию на 17.03.2024 г. каталогизировано 4628 ТНО ([https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb\\_query.html#!#x](https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_query.html#!#x))) привел к обнаружению новых пар. В работе (Кузнецов и др., 2022) выделено 26 пар ТНО на близких орбитах, в работе (Kuznetsov и др., 2021a) – 21 пары ТНО, в которых один из объектов является двойным. Отметим, что среди пар ТНО на близких орбитах, обнаруженных в работах (Kuznetsov и др., 2021a; Кузнецов

и др., 2022), не было ни одной пары из работы (de la Fuente Marcos C., de la Fuente Marcos R., 2018). Орбиты всех пар ТНО, выделенных в работе (de la Fuente Marcos C., de la Fuente Marcos R., 2018) не удовлетворяют критериям близости орбит, использованным в работах (Kuznetsov и др., 2021а; Кузнецов и др., 2022).

Поиск пар ТНО на близких орбитах показал, что такие пары принадлежат к динамически холодному населению классического пояса Койпера (Kuznetsov и др., 2021а; Кузнецов и др., 2022). Сверхширокие двойные системы пояса Койпера могут распадаться при длительном взаимодействии с другими объектами того же класса. Время жизни сверхшироких систем сравнимо с возрастом Солнечной системы (Campbell, 2023). Таким образом, распад сверхшироких двойных ТНО может быть одним из механизмов формирования пар ТНО на близких орбитах в современную эпоху.

В данной работе исследуются методы оценки возраста пар ТНО. Рассматриваются модельные пары ТНО. Возраст пар оценивается на основе анализа моментов схождений линий узлов и линий апсид, а также моментов достижения минимальных значений орбитальной метрики Холшевникова в пространстве кеплеровых орбит (Kholshevnikov и др., 2016).

## МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ВОЗРАСТА

В данной работе исследуется точность двух методов определения возраста пар малых тел на близких орбитах: 1) анализ минимальных расстояний между орбитами объектов, определяемых с помощью метрики Холшевникова (см., например, Kuznetsov и др., 2020); 2) анализ одновременных сближений линий узлов и линий апсид орбит объектов (см., например, Rosaev, Plávalová, 2018). Для оценки возраста пар в Главном поясе астероидов также применяют метод анализа низкоскоростных сближений объектов (см., например, Pravec и др., 2019), однако в данной работе мы его не исследуем. Как показало предварительное изучение, большие ошибки определения элементов орбит ТНО не позволяют получать надежные оценки возраста пар ТНО этим методом (см., например, Кузнецов и др., 2022).

Как правило, фрагменты, возникшие в результате разрушения малых тел, должны иметь близкие значения большой полуоси  $a$ , эксцентриситета  $e$ , наклонения  $i$ , долготы восходящего узла  $\Omega$ , аргумента periцентра  $\omega$ , но periцентры

и узлы со временем будут расходиться. В некоторых случаях молодые пары могут иметь заметно различающиеся большие полуоси и эксцентриситеты, но близкие значения  $\Omega$  и  $\omega$  (см., например, de Leon, 2017). Разности долгот восходящих узлов  $\Delta\Omega$  и разности аргументов periцентров  $\Delta\omega$  компонентов пары ТНО должны одновременно стремиться к нулю в окрестности момента формирования. Тогда в момент образования пары должны выполняться следующие условия

$$\Delta\Omega = \Omega_1 - \Omega_2 = 0, \quad \Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = 0, \quad (1)$$

где  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  – долготы восходящих узлов первого и второго компонентов пары соответственно, а  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – аргументы periцентров первого и второго компонентов пары соответственно.

Анализ одновременных сближений линий узлов и линий апсид орбит ТНО можно рассматривать как частный случай более общего метода, использующего анализ минимальных расстояний между орбитами ТНО, например, с помощью метрик Холшевникова. В отличие от метода анализа одновременных сближений линий узлов и линий апсид оценка минимального расстояния между орбитами вычисляется на основе пяти кеплеровых элементов –  $a, e, i, \Omega$  и  $\omega$ . Так как орбиты фрагментов распада должны быть близки, минимум метрики должен указывать на момент формирования пары.

В данной работе для оценки расстояния между орбитами используется орбитальная метрика Холшевникова  $\rho_2$ . Обозначение метрики соответствует обозначению, используемому в работе (Kholshevnikov и др., 2016). Метрика  $\rho_2$  рассчитывается следующим образом (Kholshevnikov и др., 2016):

$$\rho_2^2 = (1 + e_1^2)p_1 + (1 + e_2^2)p_2 - 2\sqrt{p_1 p_2}(\cos I + e_1 e_2 \cos P),$$

где  $e_1, e_2, p_1, p_2, i_1, i_2$  эксцентриситеты, фокальные параметры и наклоны орбит первого и второго объектов соответственно;  $I$  – взаимный наклон орбит,  $P$  – угол между векторами Лапласа, направленными от притягивающего центра к periцентру.

$$\cos I = c_1 c_2 + s_1 s_2 \cos \Delta\Omega,$$

$$\begin{aligned} \cos P = & s_1 s_2 \sin \omega_1 \sin \omega_2 + (\cos \omega_1 \cos \omega_2 + \\ & + c_1 c_2 \sin \omega_1 \sin \omega_2) \cos \Delta\Omega + (c_2 \cos \omega_1 \sin \omega_2 - \\ & - c_1 \sin \omega_1 \cos \omega_2) \sin \Delta\Omega, \end{aligned}$$

где  $s = \sin i$ ,  $c = \cos i$ .

## МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Исследование методов оценки возраста пар ТНО выполняется на основе численного моделирования динамической эволюции компонентов распавшейся сверхширокой двойной системы. На первом этапе проводится интегрирование уравнений движения от момента образования пары  $t_0$  в будущее до момента  $t_1$  с целью создания пары ТНО заданного возраста  $\tau = t_1 - t_0$ . На втором этапе выполняется интегрирование уравнений движения от момента  $t_1$  в прошлое до момента  $t_2 < t_0$  с целью определения возраста пары методами анализа минимумов орбитальной метрики Холшевникова и анализа одновременных сближений линий узлов и линий апсид орбит объектов. При интегрировании в прошлое учитывается характерная для ТНО ошибка определения орбиты.

В работе (Гусев, Кузнецов, 2023) для динамически холодного населения классического пояса Койпера были получены критерии формирования пары ТНО в результате распада сверхширокой двойной системы под действием возмущений от Солнца и планет Солнечной системы. Было показано, что в момент распада расстояние между компонентами двойной системы принимает значение  $1.6 \pm 0.3$  радиуса сферы Хилла  $R_H$  двойной системы, а относительная скорость компонентов равна второй космической скорости для массы двойной системы на объектоцентрическом расстоянии  $r$ , равном относительному расстоянию между центрами масс объектов. Критерий был сформулирован для двойных систем массой от  $2 \times 10^{16}$  до  $2 \times 10^{20}$  кг с отношением масс компонентов 1:1, 1:2, 1:10 и 1:25, в результате распада которых образуются ТНО диаметром от 26 до 914 км. Орбитальная метрика  $\rho_2$  в момент распада принимала значения до  $400 \text{ км}^{1/2}$  в зависимости от массы системы и соотношения масс компонентов. На основе критерия были определены динамические характеристики молодых пар ТНО непосредственно после их формирования.

Для оценки радиуса сферы Хилла двойной системы использовалась формула

$$R_H = r_{\text{hel}} \left( \frac{m_1 + m_2}{3(M_{\text{Sun}} + m_1 + m_2)} \right)^{1/3},$$

где  $r_{\text{hel}}$  – гелиоцентрическое расстояние,  $m_1, m_2$  – массы первичного и вторичного компонентов двойной системы, а  $M_{\text{Sun}}$  – масса Солнца.

Вторая космическая скорость определялась относительно центра масс двойной системы на расстоянии  $r$

$$V_{\text{esc}} = \left( 2G \frac{m_1 + m_2}{r} \right)^{1/2},$$

где  $G$  – гравитационная постоянная.

Для исследования были смоделированы две пары ТНО. В табл. 1 приведены элементы орбит ТНО в момент формирования пар на эпоху MJD 59200. Для выбора орбит первичных компонентов мы выполнили моделирование динамической эволюции 19 сгенерированных ТНО на интервале 10 млн лет. Орбиты определялись случайным образом в диапазоне  $a$  от 41 до 45 а. е.,  $e$  от 0 до 0.1 и  $i$  от  $0^\circ$  до  $4^\circ$ . Аргументperiцентра, долгота восходящего узла и средняя аномалия варьировались от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ . Для первичных компонентов системы были отобраны орбиты с наименьшим MEGNO (о параметре см., например, Goździewski, 2001). Так, первичный компонент пары № 1 имеет MEGNO 2.43, а пары № 2 – 2.76. Элементы орбит вторичных компонентов выбирались, исходя из критерия формирования пары из двойного ТНО (Гусев, Кузнецов, 2023). Наиболее точно критерий сформулирован для пар массой  $10^{-10}, 10^{-11}, 10^{-12}, 10^{-13}, 10^{-14}$  масс Солнца или примерно  $2 \times 10^{20}, 2 \times 10^{19}, 2 \times 10^{18}, 2 \times 10^{17}, 2 \times 10^{16}$  кг и соотношения масс компонентов двойного ТНО 1:1, 1:2, 1:10, 1:25. Массы пар и соотношения масс были выбраны равными  $1.99 \times 10^{19}$  кг и 1:1 соответственно. Воспользовавшись критерием формирования, мы задали орбиты вторичных компонентов. Расстояние между компонентами полагалось равным 2.1 радиуса сферы Хилла первичного компонента  $R_{H1}$ , или 1.48 радиуса сферы Хилла двойной системы  $R_H$ , а модуль скорости вторичного компонента относительно первичного – 1.42 второй космической скорости относительно первичного компонента на расстоянии  $r$ , или 1.0 второй космической скорости для массы двойной системы на расстоянии  $r$ . Также контролировалось выполнение условия – метрика Холшевникова  $\rho_2$  не должна превышать  $165 \text{ км}^{1/2}$ . Для пары № 1 значение  $\rho_2$  равно  $74.73 \text{ км}^{1/2}$ , а для пары № 2 –  $48.76 \text{ км}^{1/2}$ .

Для построения орбит пар ТНО с возрастом 1 и 10 млн лет было выполнено интегрирование уравнений движений в будущее на соответствующие интервалы времени. При интегрировании вычислялся параметр MEGNO. Для устойчивых орбит типа гармонического осциллятора MEGNO равен 0. Для квазипериодических (регулярных)

**Таблица 1.** Элементы орбит ТНО в момент формирования пар

Номер пары	$a$ , а. е.	$e$	$i$ , град	$\omega$ , град	$\Omega$ , град	$M$ , град
1	45.0061	0.0416	0.6750	344.3487	13.4870	223.1435
	44.6301	0.0386	0.7923	338.3351	20.7798	223.3494
2	44.4619	0.0258	0.2854	1.8971	43.6576	33.5280
	44.5054	0.0265	0.2853	2.3427	43.6586	33.0592

орбит MEGNO осциллирует около 2. Для хаотических орбит показатель MEGNO всегда больше 2, и его значение растет линейно. Хаотическое движение может приводить к большим ошибкам определения элементов орбиты и, следовательно, к ошибкам определения возраста пары.

Чтобы оценить влияние неопределенности орбиты на оценку возраста, мы провели моделирование вероятностной эволюции модельных пар. При моделировании вероятностной эволюции генерировалось 1000 клонов каждого ТНО пары с возрастом 1 млн лет и 500 клонов каждого компонента пары с возрастом 10 млн лет. Клоны генерировались линейной стохастической схемой  $\mathbf{e} = \mathbf{e}_0 + \mathbf{L}\mathbf{r}$  (см., например, Пригарин, 2018). Здесь  $\mathbf{e}_0$  и  $\mathbf{e}$  – векторы орбитальных элементов (номинального) астероида и его (виртуального) клона соответственно;  $\mathbf{L}$  – матрица разложения Холецкого для ковариационной матрицы параметрических ошибок  $\mathbf{C}$ :  $\mathbf{C} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T$ ;  $\mathbf{r}$  – шестимерный вектор независимых стандартных нормально распределенных случайных величин.

В качестве примера ковариационных матриц орбит использовались матрицы для объектов (612388) 2002 PV170 на эпоху MJD 59800 и 1999 CN119 на эпоху MJD 60200 с сайта динамики астероидов AstDyS (<https://newton.spacedys.com/astdys/index.php?pc=4>). Поскольку точность определения возраста пар ТНО зависит от точности определения орбит, были

использованы ковариационные матрицы объектов, имеющих разную точность определения орбит. Орбита ТНО (612388) 2002 PV170 определена сравнительно точно и основывается на 265 оптических наблюдениях. Орбита ТНО 1999 CN119 определена с низкой точностью, поскольку основывается на 21 оптическом наблюдении. Для каждой модельной пары было выполнено моделирование для вариантов с низкой и высокой точностью определения орбит. На основе ковариационной матрицы (612388) 2002 PV170 были получены элементы орбит клонов, моделирующих орбиту, известную с высокой точностью. Ковариационная матрица ТНО 1999 CN119 использовалась для получения орбит клонов, моделирующих орбиту, которая определена с низкой точностью. Для пары № 1 был построен набор клонов, моделирующих орбиту, определенную со сверхвысокой точностью. Ошибки определения элементов орбиты были уменьшены в 10 раз по сравнению с моделированием при использовании ковариационной матрицы ТНО (612388) 2002 PV170.

Численное моделирование динамической эволюции компонентов пары выполнялось с помощью пакета Rebound (Rein, Liu, 2012). Использовался модифицированный интегратор Эверхарта 15-го порядка с аддитивным шагом (Rein, Spiegel, 2015). Учитывались возмущения от четырех планет-гигантов и Плутона. В табл. 2

**Таблица 2.** Описание вариантов численного моделирования вероятностной эволюции модельных пар ТНО

Номер варианта	Номер пары	Возраст пары, млн лет	Интервал интегрирования в прошлое, млн лет	Точность определения номинальной орбиты
1	1	1	1.5	Высокая
2	1	10	15	Высокая
3	2	10	15	Высокая
4	1	10	15	Сверхвысокая
5	1	10	15	Низкая
6	2	10	15	Низкая

приведены сведения о вариантах, для которых было выполнено моделирование вероятностной эволюции модельных пар ТНО. В ходе моделирования после каждой 1000 лет интегрирования проверялись условия формирования пары по сходимости линий узлов и апсид (1), а также вычислялись значения метрики  $\rho_2$  для всех возможных пар клонов.

## ТОЧНОСТЬ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ВОЗРАСТА ПАР

Для получения элементов орбит модельных пар ТНО, имеющих возраст 1 и 10 млн лет, было выполнено интегрирование уравнений движения модельных пар на интервалах 1 и 10 млн лет в будущее с использованием начальных элементов орбит ТНО из табл. 1. Элементы орбит пар ТНО спустя 1 и 10 млн лет после образования приведены в табл. 3 и 4. При интегрировании на интервале 1 и 10 млн лет параметр MEGNO для пары № 1 принимает значение 2.4 и 6.2 соответственно, а для пары № 2 – 3.3. Это указывает на то, что характер эволюции ТНО становится хаотическим. Учитывая, что стохастическое поведение проявляется, в первую очередь, в фазах (быстрых угловых переменных, определяющих положение на орбите) (Холшевников, Кузнецов, 2007), а в настоящей работе анализируются методы, использующие медленные угловые (долгота восходящего узла и аргумент перицентра) и позиционные (большая полуось, эксцентриситет, наклон) элементы орбит,

стохастическое поведение которых проявляется на более длительных интервалах времени, хаотический характер динамической эволюции ТНО не является препятствием для исследования указанных методов определения возраста пар ТНО на близких орбитах.

**Вариант № 1 – пара № 1, номинальный возраст 1 млн лет, высокая точность определения орбиты.** Для моделирования было создано 1000 клонов для каждого ТНО пары. Проверка условий формирования пары (1) и поиск минимума метрики  $\rho_2$  выполнялись для каждой пары “клон первого компонента – клон второго компонента” ( $1000 \times 1000 = 1$  млн пар). На рис. 1 показано распределение количества сходений линий узлов и линий апсид, а на рис. 2 дано распределение количества минимумов метрики Холшевникова  $\rho_2$  по времени. На рис. 1 и 2 штриховой линией отмечен номинальный возраст пары 1 млн лет. Для оценки возраста пары мы использовали медианное и среднее значения распределений, а для оценки ошибки – интервал от 5-го до 95-го перцентиля и среднеквадратичное отклонение.

В табл. 5 приведены оценки возраста пары. Для около 959 тыс. пар клонов выполнялся критерий формирования (1), что может говорить о надежности результатов. Методы оценки возраста дали схожие результаты. Оценка возраста по медиане и среднему значению распределения близки к действительному возрасту пары. Ошибка определения возраста на основе медианной оценки для двух методов составляет

**Таблица 3.** Элементы орбит ТНО, возраст 1 млн лет

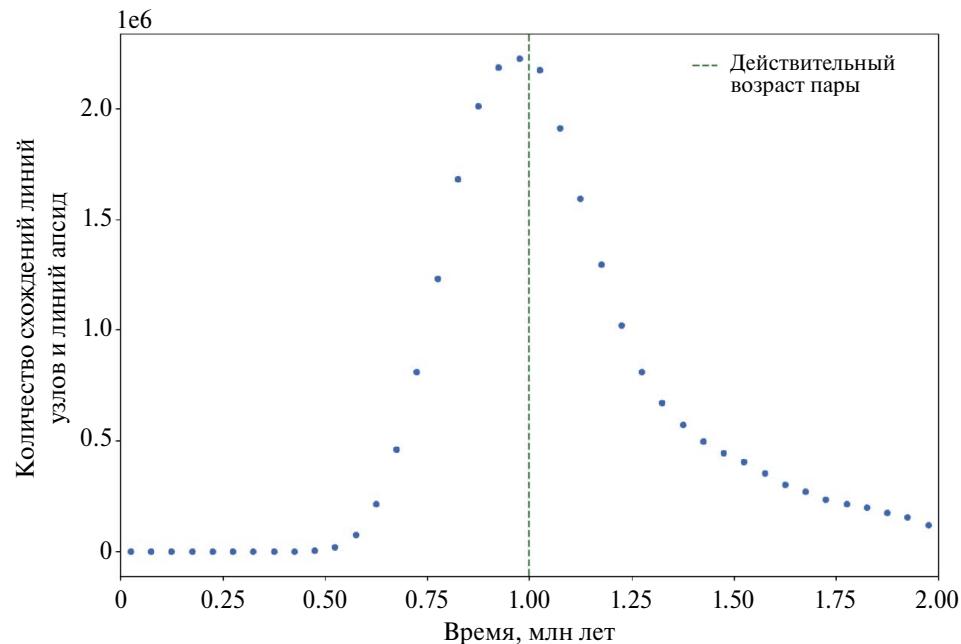
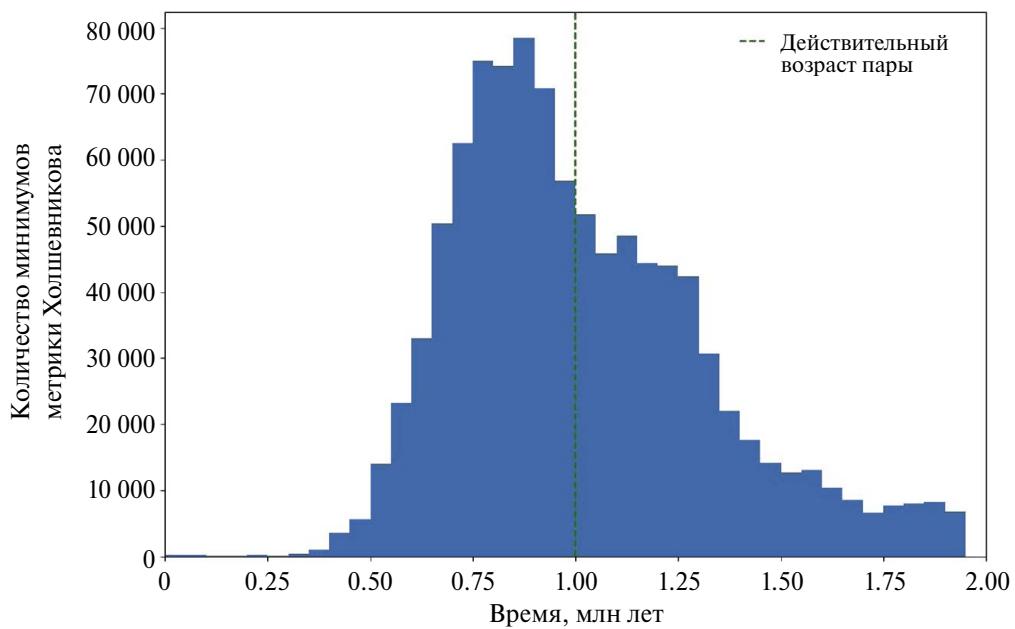
Номер пары	$a$ , а. е.	$e$	$i$ , град	$\omega$ , град	$\Omega$ , град	$M$ , град
1	43.6256	0.0282	2.6718	13.9816	184.4571	12.0844
	43.5534	0.0251	2.6604	15.4150	184.7947	64.9938

**Таблица 4.** Элементы орбит ТНО, возраст 10 млн лет

Номер пары	$a$ , а. е.	$e$	$i$ , град	$\omega$ , град	$\Omega$ , град	$M$ , град
1	43.6039	0.0311	2.4209	69.7706	193.0687	95.9464
	43.7682	0.0349	2.3520	61.3258	196.5778	25.6801
2	43.3802	0.0174	2.6252	77.5843	29.2830	321.1574
	43.4034	0.0169	2.6251	77.3613	29.2747	200.7438

**Таблица 5.** Оценка возраста пары № 1 с номинальным возрастом 1 млн лет с высокой точностью орбиты

Методы оценки возраста	$t_{\text{med}}$ , млн лет	$t_{\text{mean}}$ , млн лет
Схождения линий узлов и линий апсид	$1.0^{+0.6}_{-0.4}$	$1.1 \pm 0.3$
Анализ минимумов метрики Холшевникова	$1.0^{+0.7}_{-0.3}$	$1.0 \pm 0.3$

**Рис. 1.** Оценка возраста пары № 1 (номинальный возраст 1 млн лет, высокая точность определения орбиты). Метод оценки – анализ схождений линий узлов и линий апсид.**Рис. 2.** Оценка возраста пары № 1 (номинальный возраст 1 млн лет, высокая точность определения орбиты). Метод оценки – анализ минимумов метрики Холшевникова  $\rho_2$ .

от 0.3 до 0.7 млн лет, а по среднеквадратичной ошибке среднего – 0.3 млн лет.

**Вариант № 2 – пара № 1, номинальный возраст 10 млн лет, высокая точность определения орбиты.** Для моделирования на интервале 10 млн лет было создано 500 клонов для каждого ТНО пары. Проверка условий формирования пары (1) и поиск минимума метрики  $\rho_2$  выполнялись для каждой пары “клон первого компонента – клон второго компонента” ( $500 \times 500 = 250$  тыс. пар).

На рис. 3 показано распределение количества схождений линий узлов и линий апсид, а на рис. 4 дано распределение количества минимумов метрики Холшевникова  $\rho_2$  по времени. В табл. 6 приведены оценки возраста пары. Для около 207 тыс. пар клонов выполнялся критерий формирования (1). Ошибка определения возраста на основе медианной оценки для рассматриваемых методов составляет от 2.9 до 4.5 млн лет, а по среднеквадратичной ошибке среднего – 1.9 и 2.4 млн лет. С учетом ошибок оцениваемых величин возраст пар обоими методами определен корректно.

**Вариант № 3 – пара № 2, номинальный возраст 10 млн лет, высокая точность определения орбиты.** На рис. 5 показано распределение количества схождений линий узлов и линий апсид, а на рис. 6 дано распределение числа минимумов метрики Холшевникова  $\rho_2$  по времени. В табл. 7 приведены оценки возраста пары.

Для около 202 тыс. пар клонов выполнялся критерий формирования (1). Ошибка медианной оценки возраста для двух методов составляет от 1.9 до 4.0 млн лет, а среднего значения – 1.8 и 1.9 млн лет. С учетом ошибок определения оба метода дают верные оценки возраста пары.

**Вариант № 4 – пара № 1, номинальный возраст 10 млн лет, сверхвысокая точность определения орбиты.** Ширина распределения оценки возрастов при сверхвысокой точности орбиты заметно меньше, чем при высокой точности (см. рис. 7 и рис. 8). Для около 249 тыс. пар клонов выполнен критерий формирования (1). На рис. 7 выделяются ложноположительные результаты проверки условия формирования пары (1) вблизи моментов 7 и 12 млн лет. Распределение оценки возрастов методом анализа минимумов метрики Холшевникова имеет всего один доминирующий максимум вблизи момента формирования. Оценим возраст пары методом анализа схождений линий узлов и линий апсид только вблизи окрестности этого максимума. Результаты оценки приведены в табл. 8. Ошибка медианной оценки возраста методом анализа схождений линий узлов и линий апсид с учетом ложноположительных результатов составляет от 3.7 до 2.5 млн лет, а среднеквадратичное отклонение для среднего значения – 1.7 млн лет.

Если убрать ложноположительные результаты из рассмотрения, то ошибка уменьшится до 0.7 млн для медианной оценки, и до 0.2 млн лет для средней оценки (см. табл. 9).

**Таблица 6.** Оценка возраста пары № 1 с номинальным возрастом 10 млн лет с высокой точностью орбиты

Методы оценки возраста	$t_{\text{med}}$ , млн лет	$t_{\text{mean}}$ , млн лет
Схождения линий узлов и линий апсид	$9.3^{+2.9}_{-4.5}$	$9.6 \pm 1.9$
Анализ минимумов метрики Холшевникова	$10.2^{+4.3}_{-4.4}$	$10.2 \pm 2.4$

**Таблица 7.** Оценка возраста пары № 2 с номинальным возрастом 10 млн лет с высокой точностью орбиты.

Методы оценки возраста	$t_{\text{med}}$ , млн лет	$t_{\text{mean}}$ , млн лет
Схождения линий узлов и линий апсид	$9.8^{+1.9}_{-4.0}$	$10.2 \pm 1.8$
Анализ минимумов метрики Холшевникова	$9.9^{+2.2}_{-3.3}$	$9.9 \pm 1.9$

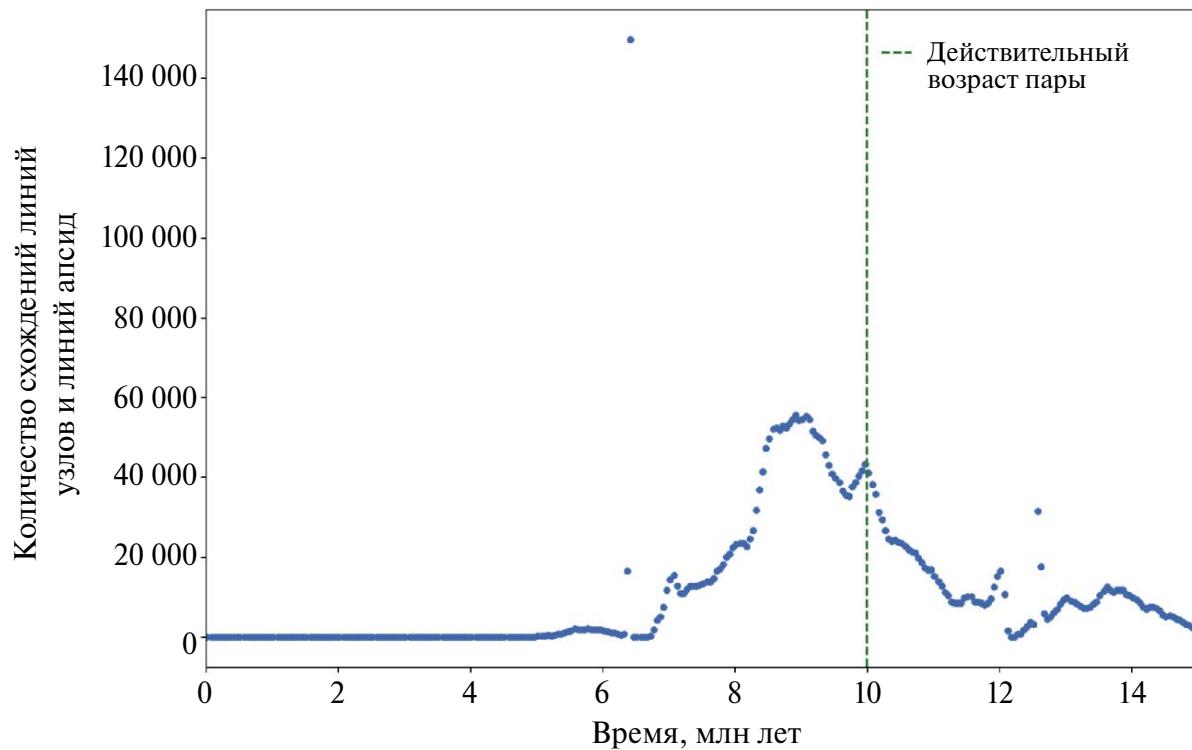


Рис. 3. Оценка возраста пары № 1 (номинальный возраст 10 млн лет, высокая точность определения орбиты). Метод оценки – анализ схождений линий узлов и линий апсид.

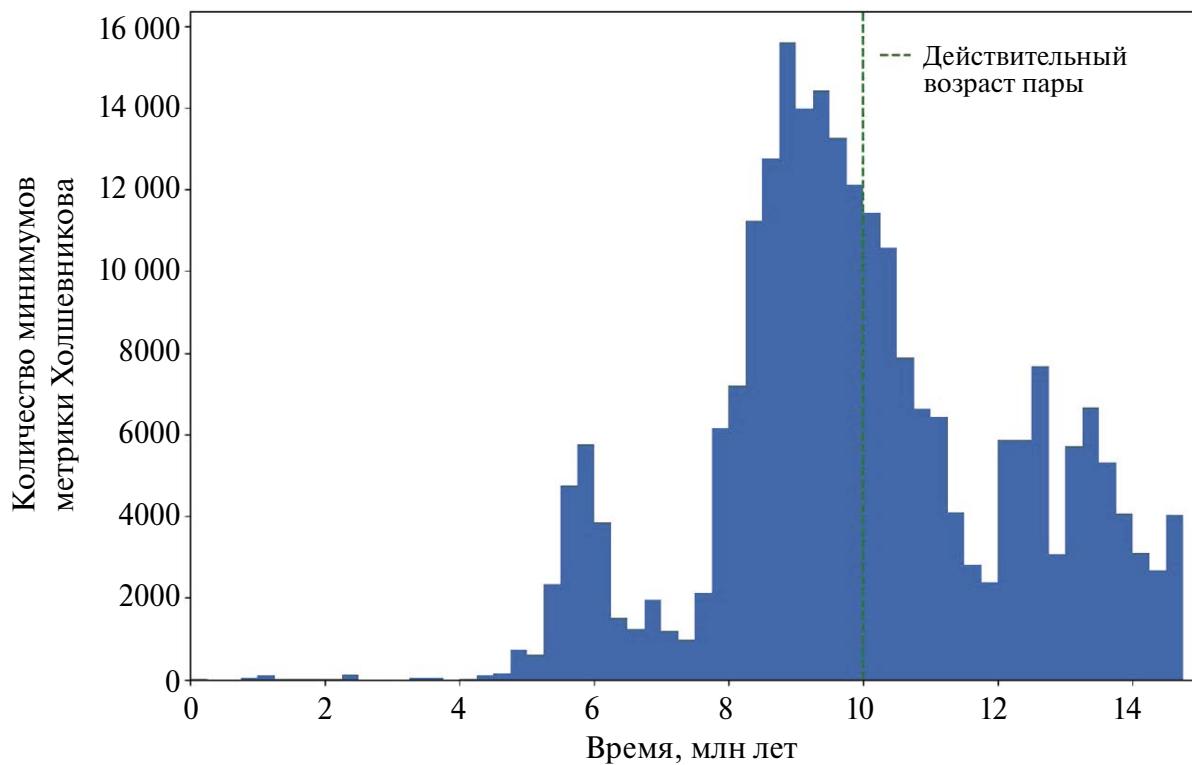


Рис. 4. Оценка возраста пары № 1 (номинальный возраст 10 млн лет, высокая точность определения орбиты). Метод оценки – анализ минимумов метрики Холшевникова  $\rho_2$ .

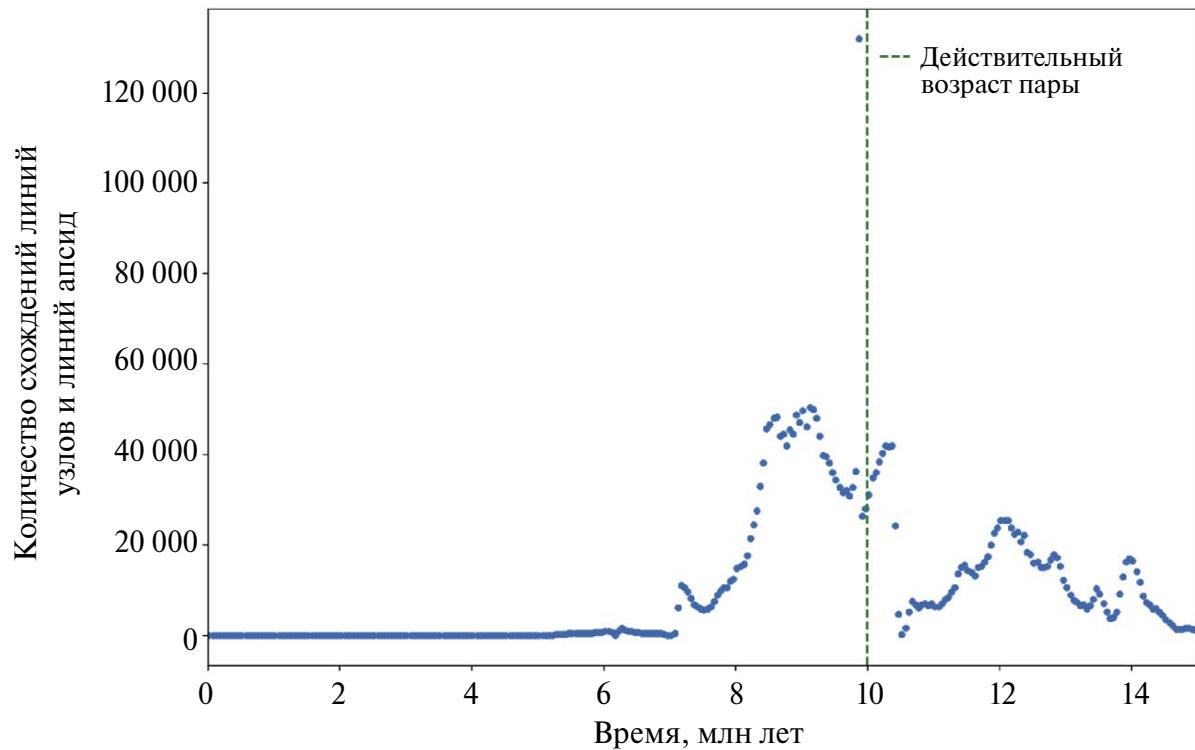


Рис. 5. Оценка возраста пары № 2 (номинальный возраст 10 млн лет, высокая точность определения орбиты). Метод оценки – анализ схождений линий узлов и линий апсид.

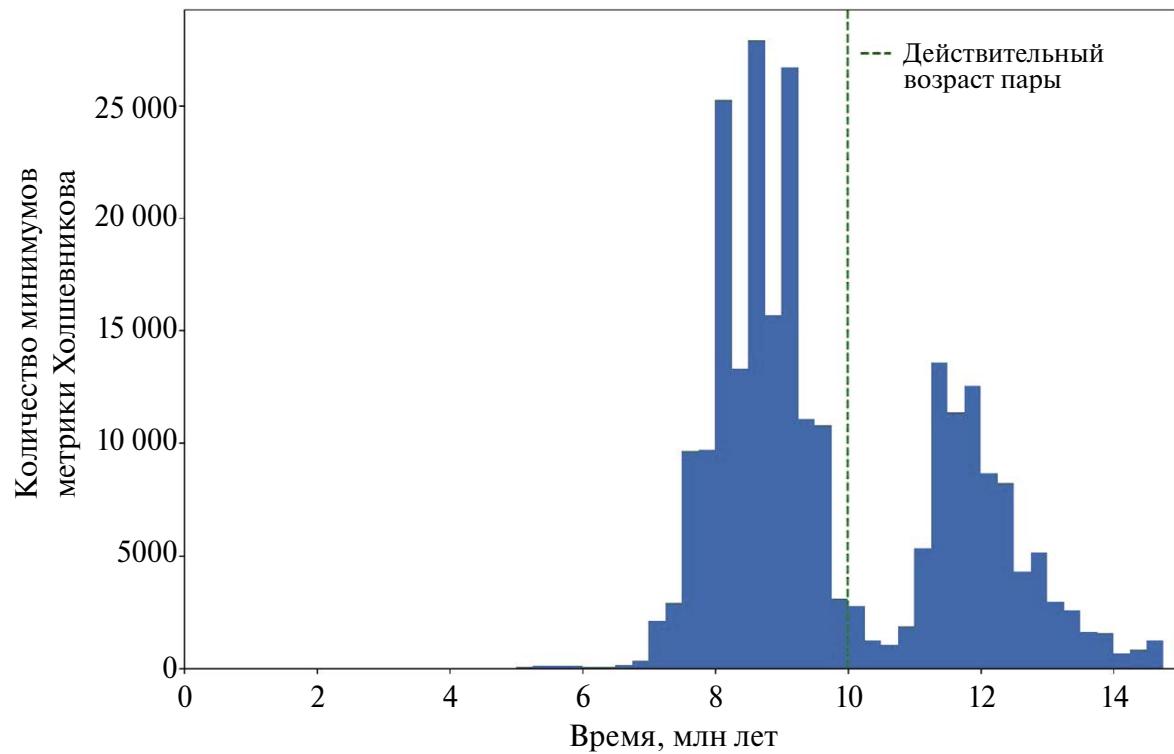


Рис. 6. Оценка возраста пары № 2 (номинальный возраст 10 млн лет, высокая точность определения орбиты). Метод оценки – анализ минимумов метрики Холшевникова  $\rho_2$ .

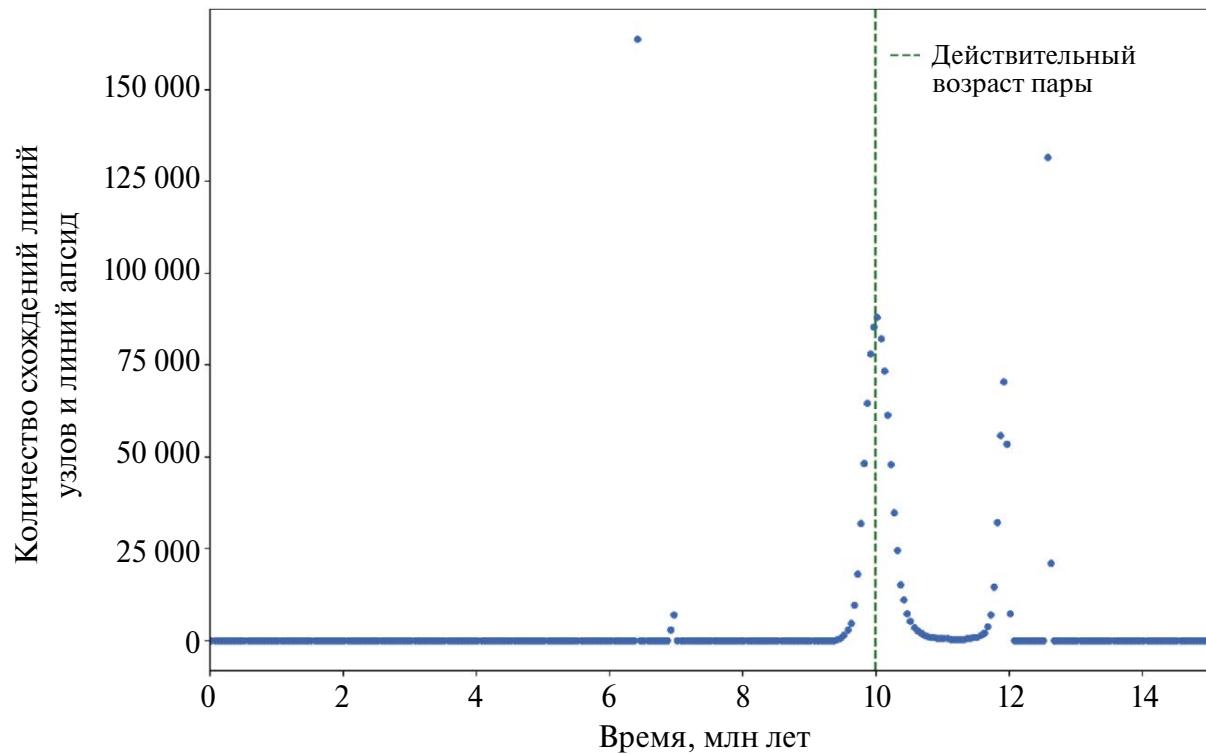


Рис. 7. Оценка возраста пары № 1 (номинальный возраст 10 млн лет, сверхвысокая точность определения орбиты). Метод оценки – анализ схождений линий узлов и линий апсид.

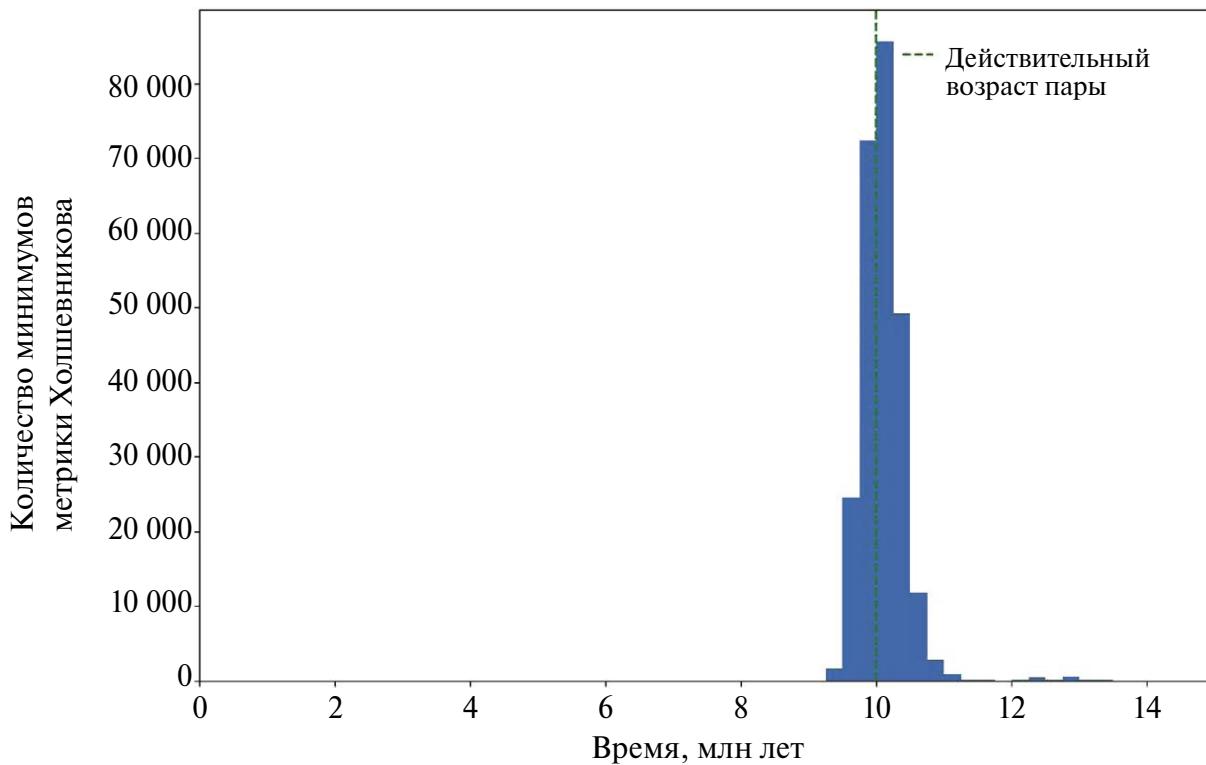


Рис. 8. Оценка возраста пары № 1 (номинальный возраст 10 млн лет, сверхвысокая точность определения орбиты). Метод оценки – анализ минимумов метрики Холшевникова  $\rho_2$ .

Тогда ошибка медианной оценки определения возраста для двух методов составляет 0.3–0.4 млн лет, а среднеквадратичное отклонение среднего значения – 0.2–0.3 млн лет. Оба метода дают корректную оценку возраста пары.

**Варианты № 5 и № 6 – пары № 1 и № 2, номинальный возраст 10 млн лет, низкая точность определения орбиты.** Для обеих пар проверка условий формирования выполняется на всем интервале интегрирования (см. рис. 9–12). В табл. 10 и табл. 11 приведены оценки возраста пар. Критерий формирования пары (1) выполнялся для около 68 тыс. пар клонов пары № 1

и для около 70 тыс. пар клонов пары № 2, что составляет примерно четверть от числа смоделированных пар. Малая доля таких пар может говорить о ненадежности полученных оценок возраста. Оценка возраста пар методом анализа минимумов метрики Холшевникова при оценке через среднее значение дает неверные результаты. Другие оценки возраста согласуются с действительным возрастом пар, однако точность определения низка. Ошибка медианной оценки возраста для двух методов составляет от 2.9 до 10.7 млн лет, а среднеквадратичное отклонение среднего – от 3.8 до 4.6 млн лет.

**Таблица 8.** Оценка возраста пары № 1 с номинальным возрастом 10 млн лет со сверхвысокой точностью орбиты на всем интервале интегрирования

Методы оценки возраста	$t_{\text{med}}$ , млн лет	$t_{\text{mean}}$ , млн лет
Схождения линий узлов и линий апсид	$10.0^{+3.7}_{-2.5}$	$10.0 \pm 1.7$
Анализ минимумов метрики Холшевникова	$10.1^{+0.4}_{-0.4}$	$10.1 \pm 0.3$

**Таблица 9.** Оценка возраста методом схождения линий узлов и линий апсид пары № 1 с номинальным возрастом 10 млн лет со сверхвысокой точностью орбиты на интервале интегрирования 9–11 млн лет

Методы оценки возраста	$t_{\text{med}}$ , млн лет	$t_{\text{mean}}$ , млн лет
Схождения линий узлов и линий апсид	$10.0^{+0.3}_{-0.4}$	$10.0 \pm 0.2$

**Таблица 10.** Оценки возраста пары № 1 с номинальным возрастом 10 млн лет с низкой точностью орбиты

Методы оценки возраста	$t_{\text{med}}$ , млн лет	$t_{\text{mean}}$ , млн лет
Схождения линий узлов и линий апсид	$6.3^{+7.5}_{-5.5}$	$6.5 \pm 4.1$
Анализ минимумов метрики Холшевникова	$2.9^{+10.0}_{-2.9}$	$2.9 \pm 4.0$

**Таблица 11.** Оценки возраста пары № 2 с номинальным возрастом 10 млн лет с низкой точностью орбиты

Методы оценки возраста	$t_{\text{med}}$ , млн лет	$t_{\text{mean}}$ , млн лет
Схождения линий узлов и линий апсид	$8.0^{+6.0}_{-5.8}$	$8.0 \pm 3.8$
Анализ минимумов метрики Холшевникова	$4.0^{+10.7}_{-4.0}$	$4.0 \pm 4.6$

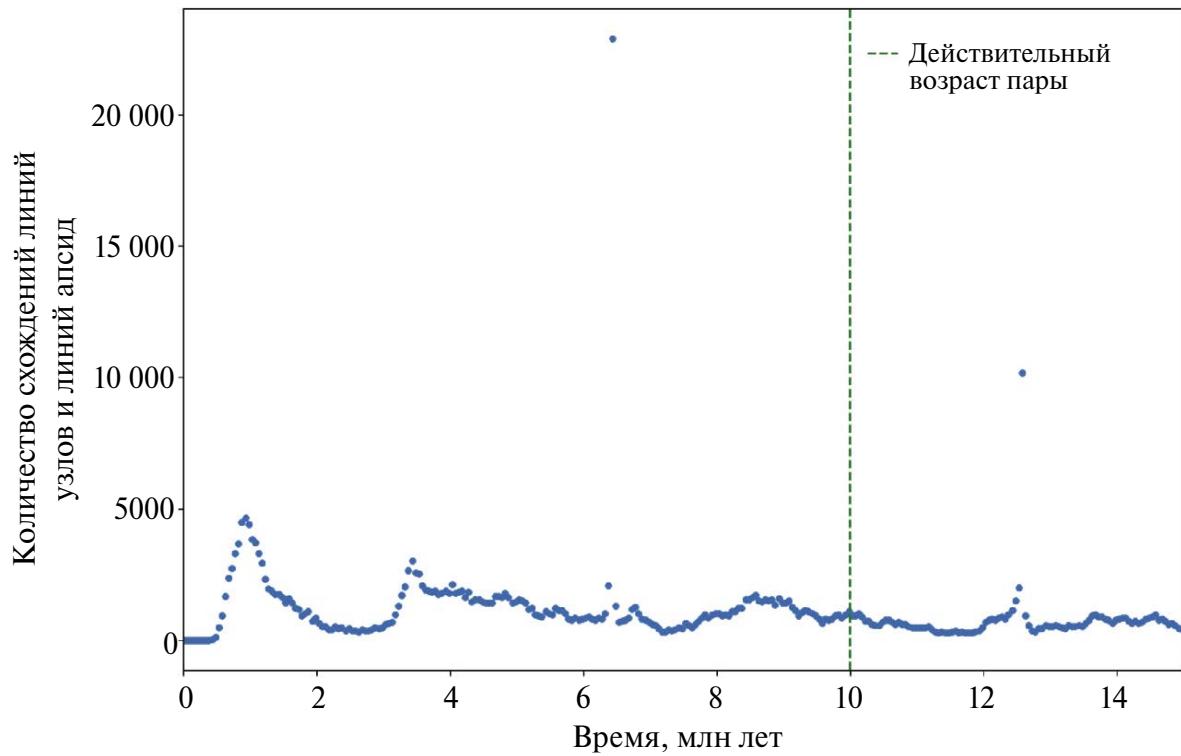


Рис. 9. Оценка возраста пары № 1 (номинальный возраст 10 млн лет, низкая точность определения орбиты). Метод оценки – анализ схождений линий узлов и линий апсид.

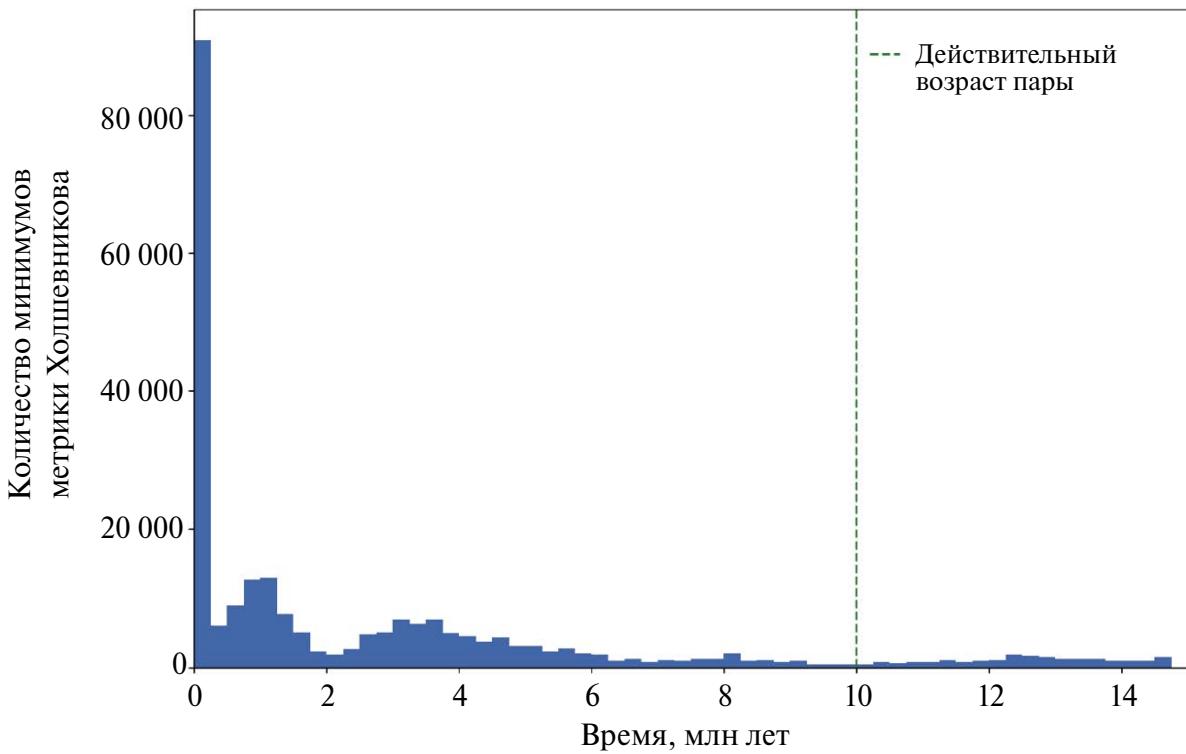


Рис. 10. Оценка возраста пары № 1 (номинальный возраст 10 млн лет, низкая точность определения орбиты). Метод оценки – анализ минимумов метрики Холшевникова  $\rho_2$ .

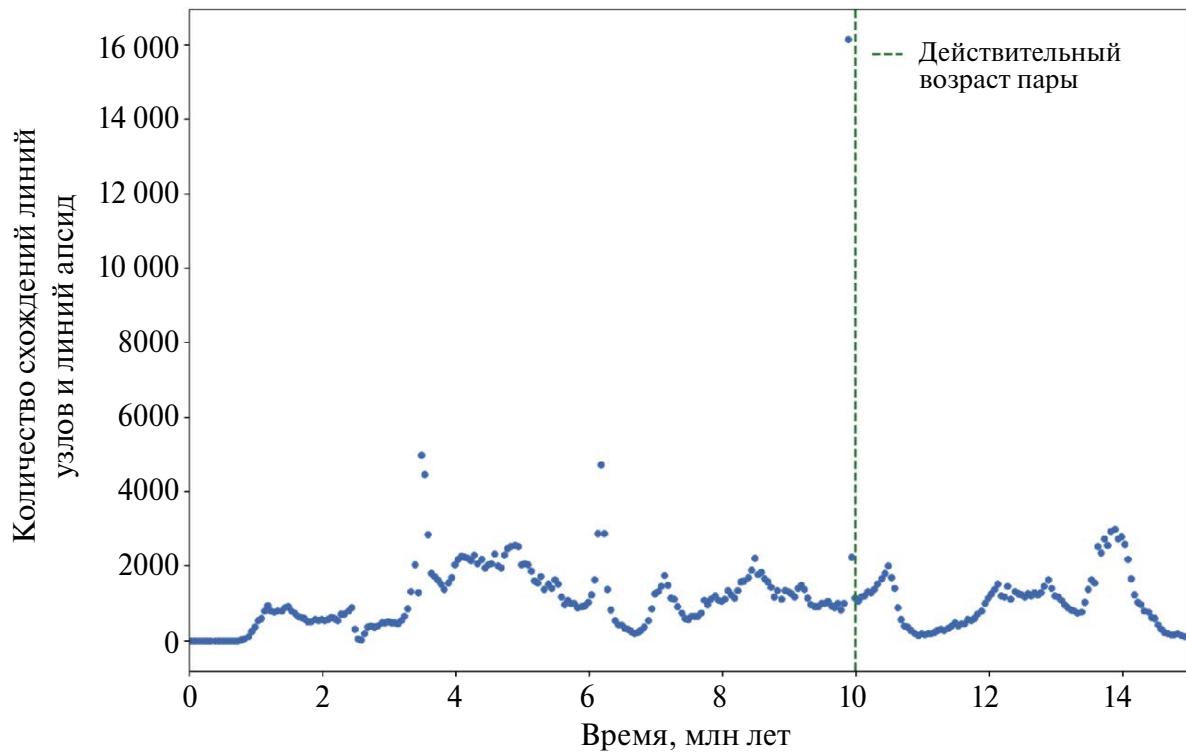


Рис. 11. Оценка возраста пары № 2 (номинальный возраст 10 млн лет, низкая точность определения орбиты). Метод оценки – анализ схождений линий узлов и линий апсид.

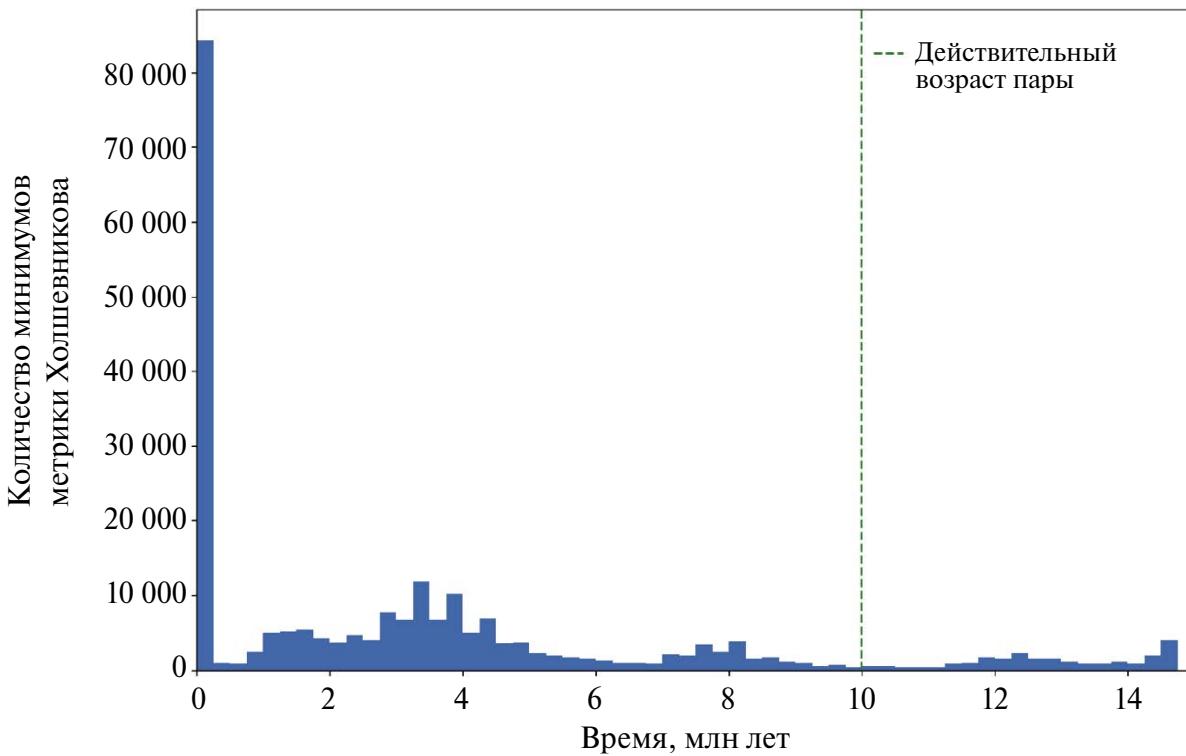


Рис. 12. Оценка возраста пары № 2 (номинальный возраст 10 млн лет, низкая точность определения орбиты). Метод оценки – анализ минимумов метрики Холшевникова  $\rho_2$ .

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Представляет интерес оценка количества открытых ТНО с точки зрения точности определения орбит: высокой, сверхвысокой или низкой. Для этого сравним стандартные отклонения большой полуоси известных ТНО и объектов, чьи ковариационные матрицы мы использовали при моделировании. Воспользуемся ресурсом Small-Body Database Query – JPL Solar System Dynamics ([https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb\\_query.html](https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_query.html)).

Стандартные отклонения большой полуоси (612388) 2002 PV170 (высокая точность определения орбиты) и 1999 CN119 (низкая точность определения орбиты) равны 0.0016 а. е. и 0.0241 а. е. соответственно. На октябрь 2023 г. было известно 483 ТНО (около 10% из открытых ТНО) с более точно определенными орбитами, чем у (612388) 2002 PV170. Для таких объектов ошибка определения возраста на интервалах 2 и 15 млн лет может достигать 0.7 и 4.5 млн лет соответственно. Орбиты 2273 ТНО (около 50% из открытых ТНО) определены с точностью ниже, чем у 2002 PV170, но выше, чем у 1999 CN119. Ошибка определения возраста для таких объектов на интервале 15 млн лет может быть сравнимой с определяемой величиной. Для оставшейся доли ТНО орбиты определены с точностью ниже, чем у 1999 CN119 (около 40%). Применение методов к этой группе тел может дать ненадежные результаты. Ошибка определения возраста для таких объектов на интервале 15 млн лет может превышать определяемую величину.

С повышением точности орбиты на порядок точность определения возраста также повысилась на порядок. При моделировании эволюции ТНО, начальная орбита которого определена со сверхвысокой точностью, ошибка оценки возраста составила около 400 тыс. лет. В настоящее время только у 22 ТНО (почти 0.5% из открытых ТНО) орбиты определены с соответствующей точностью.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье исследованы два метода оценки возраста пар транснептуновых объектов: метод схождения линий узлов и линий апсид и метод анализа минимумов метрики Холшевникова. Для рассмотренных методов получены оценки возраста пар ТНО при различных предположениях о точности определения орбит ТНО:

высокой, сверхвысокой, типичной и низкой. В случае высокой и сверхвысокой точности определения орбит методы позволяют определить возраст модельных пар на интервалах 2 и 15 млн лет. Ошибка оценки возраста пар ТНО с орбитами, определенными с высокой точностью (10% открытых ТНО), может достигать 0.7 млн лет при возрасте 1 млн лет и 4.5 млн лет при возрасте 10 млн лет. Для пар ТНО, имеющих орбиты, определенные с типичной точностью (50% ТНО), при возрасте 10 млн лет ошибка оценки возраста может быть сравнимой с определяемой величиной. Для пар, образованных ТНО, орбиты которых определены с низкой точностью (40% ТНО), оценка возраста на интервалах порядка миллионов лет может дать ненадежные результаты.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, тема FEUZ-2020-0038.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гусев В.Д., Кузнецов Э.Д. Моделирование распада двойных транснептуновых объектов // Научн. тр. ИНАСАН. 2023. Т. 8. Вып. 6. С. 268–272.
2. Кузнецов Э.Д., Аль-Шиблawi О.М., Гусев В.Д. Динамическая эволюция пар транснептуновых объектов // Астрон. вестн. 2022. Т. 56. № 2. С. 132–144. (Kuznetsov E.D., Al-Shiblawi O.M., Gusev V.D. Dynamic evolution of pairs of trans-Neptunian objects // Sol. Syst. Res. 2022. V. 56. P. 122–134.)
3. Кузнецов Э.Д., Розаев А.Е., Плавалова Е., Сафонова В.С., Васильева М.А. Поиск молодых пар астероидов на близких орбитах // Астрон. вестн. 2020. Т. 54. № 3. С. 260–277. (Kuznetsov E.D., Rosaev A.E., Plavalova E., Safronova V.S., Vasileva M.A. A search for young asteroid pairs with close orbits // Sol. Syst. Res. 2020. V. 54. № 3. P. 236–252.)
4. Пригарин С.М. Численное моделирование многомерных гауссовских распределений. Новосибирск: ИПЦНГУ, 2018. 84 с.
5. Холшевников К.В., Кузнецов Э.Д. Обзор работ по орбитальной эволюции больших планет Солнечной системы // Астрон. вестн. 2007. Т. 41. № 4. С. 291–329. (Kholshevnikov K.V., Kuznetsov E.D. Review of the works on the orbital evolution of Solar System major planets // Sol. Syst. Res. 2007. V. 41. № 4. P. 265–300.)
6. Benz W., Asphaug E. Catastrophic disruptions revisited // Icarus. 1999. V. 142. P. 5–20.

7. Boehnhardt H. Split comets // Comets II / Eds: Fes-  
tou M.C., Keller H.U., Weaver H.A. 2004. P. 301–  
316.
8. Brown M.E., Barkume K.M., Ragozzine D.,  
Schaller E.L. A collisional family of icy objects in the  
Kuiper belt // Nature. 2007. V. 446. P. 294–296.
9. Campbell H.M., Stone L.R., Kaib N.A. Close  
trans-Neptunian object passages as a driver of the  
origin and evolution of ultrawide Kuiper Belt bina-  
ries // Astron. J. 2023. V. 165. Id. 19. (11 p.)
10. Chiang E.I. A collisional family in the classical Kuiper  
Belt // Astrophys. J. Lett. 2002. V. 573. P. L65–L68.
11. de la Fuente Marcos C., de la Fuente Marcos R. Far  
from random: dynamical groupings among the NEO  
population // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2016.  
V. 456. P. 2946–2956.
12. de la Fuente Marcos C., de la Fuente Marcos R. Dy-  
namically correlated minor bodies in the outer So-  
lar system // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2018.  
V. 474. P. 838–846.
13. de Leon J., de la Fuente Marcos C., de la Fuente Mar-  
cos R. Visible spectra of (474640) 2004 VN<sub>112</sub>-2013  
RF<sub>98</sub> with OSIRIS at the 10.4 m GTC: Evidence for  
binary dissociation near aphelion among the extreme  
trans-Neptunian objects // Mon. Notic. Roy. Astron.  
Soc. 2017. V. 46. P. L66–L70.
14. Goździewski K., Bois E., Maciejewski A.J., Kisele-  
va-Eggleton L. Global dynamics of planetary systems  
with the MEGNO criterion // Astron. and Astro-  
phys. 2001. V. 378. P. 569–586.
15. Jacobson S.A., Scheeres D.J. Dynamics of rotational-  
ly fissioned asteroids: source of observed small aster-  
oid systems // Icarus. 2011. V. 214. P. 161–178.
16. Kholshevnikov K.V., Kokhirova G.I., Babadzhanyan  
P.B., Khamroev U.H. Metrics in the space of orbits  
and their application to searching for celestial objects  
of common origin // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.  
2016. V. 462. P. 2275–2283.
17. Kuznetsov E., Al-Shiblawi O., Gusev V. Dynamic evo-  
lution of pairs of trans-Neptunian objects: The case  
of binary and single objects in pair // Contrib. As-  
tron. Obs. Skalnate Pleso. 2021a. V. 51. P. 226–240.
18. Pravec P., Fatka P., Vokrouhlický D., Scheirich P.,  
Ďurech J., Scheeres D.J., Kušnírak P., Hornoch K.,  
Galad A., Pray D.P., and 40 co-authors. Asteroid  
pairs: a complex picture // Icarus. 2019. V. 333.  
P. 429–463.
19. Rein H., Liu S.-F. REBOUND: an open-source  
multi-purpose N-body code for collisional dynamics // Astron. and Astrophys. 2012. V. 537. Id. A128.
20. Rein H., Spiegel D.S. IAS15: a fast, adaptive, high-or-  
der integrator for gravitational dynamics, accurate to  
machine precision over a billion orbits // Mon. Notic.  
Roy. Astron. Soc. 2015. V. 446. P. 1424–1437.
21. Rosaev A., Plávalová E. On relative velocity in very  
young asteroid families // Icarus. 2018. V. 304.  
P. 135–142.
22. Vokrouhlický D., Nesvorný D. Pairs of asteroids prob-  
ably of a common origin // Astron. J. 2008. V. 136.  
P. 280–290.